

Untersuchungen der Wellenabsorption im Bereich der unteren Hybridresonanz an einem Plasma hoher Ionenmasse

B. Lammers, U. Oberlack, H. Schlüter und O. Vogel

Institut für Experimentalphysik II, Ruhr-Universität Bochum

(Z. Naturforsch. 31 a, 924–933 [1976]; eingegangen am 24. April 1976)

Investigations of Wave Absorption Near the Lower Hybrid Resonance in a Plasma of High Ion Mass

The propagation and absorption of waves in the vicinity of the lower hybrid resonance are investigated under linear conditions in a cesium plasma generated by a Q-machine. The results of the measurements are compared with linear theories based on the fluid model. It is shown that in the case of high ion mass plasma only a theory including a finite $k_{||}$ -spectrum yields an appropriate description of wave absorption near the lower hybrid resonance.

I. Einleitung

Seit der theoretischen Vorhersage der Hybridresonanzen^{1–3} und deren experimenteller Bestätigung^{4–7} hat besonders die untere Hybridresonanz verstärktes Interesse gefunden. Bei dieser Resonanz kann zu gleichen Teilen Energie aus dem Wellenfeld an Ionen und Elektronen übertragen werden; sie wird für Vorionisation und Heizung von Fusionsplasmen in Erwägung gezogen.

Zur Beschreibung des Absorptionsverhaltens eines Plasmas in der Umgebung der unteren Hybridresonanz wird in erster Näherung ein linearisiertes Flüssigkeitsmodell verwendet, aus dem unmittelbar die lokalen Dispersionseigenschaften folgen. Die Berücksichtigung der radialen Ausdehnung des Plasmas kann ohne Schwierigkeiten durchgeführt werden. Dagegen ist die Behandlung eines Plasmas endlicher Länge problematischer.

In erster Näherung wird hierbei häufig eine achsenparallele Komponente $k_{||}$ des Wellenvektors angenommen, mit der Vorstellung, die Welle breite sich unter einem Winkel zum statischen Magnetfeld aus, der durch das Verhältnis von k_{\perp} zu $k_{||}$ gegeben ist. Dieses Vorgehen bietet Vorteile zur Behandlung bestimmter Konfigurationen, insbesondere von sehr ausgedehnten Plasmen, und vermag den Einfluß von Gradienten im Plasma zumindest qualitativ zu interpretieren. Komplikationen stellen sich ein bei Be-

rücksichtigung von Dämpfungseffekten; fernerhin wird bei Annäherung an die Resonanz die $k_{||}$ -Komponente im festen Verhältnis mit der k_{\perp} -Komponente sehr große Werte annehmen. Zur Beschreibung des wichtigen Einflusses der endlichen Dimensionierung eines Plasma-Zylinders (und einer Einkopplungsspule) und zur Lösung des damit verbundenen Randwertproblems erscheint ein anderes Vorgehen angebracht: Die endliche Länge des Plasmas kann durch eine konsequente Fourier-Entwicklung in axialer Richtung (nach einem diskreten Spektrum von $k_{||}$ -Werten) berücksichtigt werden.

Dieses Verfahren ist von Skipping, Oakes und Schlüter⁸ durchgeführt. Hier ergeben sich aus der Kopplung von radialen und azimuthalen Feldern mit axialen Feldern zwei Lösungen der Dispersionsgleichung, die – im wesentlichen – das Auftreten von zwei Absorptionsgebieten bewirken. Für Plasmen leichter Gase zeigt sich, daß die Vorhersagen dieses Modells von Experimenten gut bestätigt werden. Allerdings sind hier die beiden Absorptionsgebiete nicht deutlich getrennt.

Für einen kritischen Test des zitierten Modells ist es angebracht, ein Plasma hoher Ionenmasse zu wählen, da eine große Masse eine Spreizung des Gebiets zwischen den beiden Absorptionsbereichen bewirkt. Zudem sollte das Plasma möglichst kalt sein, da die Rechnung keine Temperatureffekte enthält. Derartige Cäsium-Plasmen sind z. B. die in Q-Maschinen erzeugten Cäsium-Plasmen; eventuell mit nicht zu starker Zusatzheizung. In dieser Arbeit wird über den gleichzeitigen Nachweis beider Absorptionsbereiche nebeneinander berichtet. Ein Vergleich der Meßergebnisse mit den Vorhersagen der Theorie wird durchgeführt.

Sonderdruckanforderungen an Prof. Dr. H. Schlüter, Ruhr-Universität Bochum, Institut für Experimentalphysik II, Postfach 2148, D-4630 Bochum, Bundesrepublik Deutschland.



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition “no derivative works”). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

II. Theoretische Modelle

a) Axial unendlich ausgedehntes Plasma

In der üblichen Betrachtung der Leistungseinkopplung im Gebiet der unteren Hybridresonanz geht man von einem kalten, homogenen, in axialer Richtung unendlich ausgedehnten Plasma in einem statischen Magnetfeld B_0 aus⁹.

Die Plasmaeigenschaften werden durch das Dreiflüssigkeitsmodell beschrieben, in dem für die Teilchensorten folgende Bewegungsgleichungen gelten:

$$M \frac{d}{dt} \mathbf{v}_i = e(\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}) + M \nu_{in}(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_i) + m \nu_{ie}(\mathbf{v}_e - \mathbf{v}_i) \quad (\text{Ionen}), \quad (1)$$

$$m \frac{d}{dt} \mathbf{v}_e = -e(\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) + m \nu_{en}(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_e) + m \nu_{ei}(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e) \quad (\text{Elektronen}), \quad (2)$$

$$M \frac{d}{dt} \mathbf{v}_n = M \nu_{ni}(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_n) + m \nu_{ne}(\mathbf{v}_e - \mathbf{v}_n) \quad (\text{Neutralteilchen}). \quad (3)$$

Aus Gl. (1) bis Gl. (3) und den Maxwell-Gleichungen erhält man in üblicher Weise bei Ansatz der Störgrößen proportional zu $\exp\{i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i \omega t\}$ die lineare Wellengleichung für elektromagnetische Wellen im Plasma

$$\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}) - (\omega^2/c^2) \mathbf{K} \cdot \mathbf{E} = 0. \quad (4)$$

Hierbei ist \mathbf{K} der Dielektrizitätstensor, für dessen Komponenten K_{ik} im hier verwendeten Modell gilt:

$$\begin{aligned} K_{11} = K_{22} &= 1 + \frac{\omega_{pe}^2 [\omega_0^2 - \omega^2(1+i\gamma)]}{[\omega_0^2 - \omega^2(1+i\gamma)]^2 - \omega^2 \omega_e^2} \\ K_{12} &= -K_{21} = i \frac{\omega_{pe}^2 \omega \omega_e}{[\omega_0^2 - \omega^2(1+i\gamma)]^2 - \omega^2 \omega_e^2} \\ K_{33} &= 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2(1+i\gamma_e)}, \quad K_{ik} = 0 \text{ const.} \end{aligned} \quad (5)$$

Hierbei sind folgende Abkürzungen verwendet:

$$\begin{aligned} \omega_{pe}^2 &= e^2 n_e / \epsilon_0 m \quad \text{Plasmafrequenz der Elektronen,} \\ \omega_i &= e B_0 / M \quad \text{Ionen-Zyklotron-Frequenz,} \\ \omega_e &= e B_0 / m \quad \text{Elektronen-Zyklotron-Frequenz,} \\ \omega_0 &= (\omega_i \omega_e)^{1/2}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\gamma = \frac{\nu_e}{\omega} = \frac{\nu_{ei} + \nu_{en} + (\omega_0^2/\omega^2) \nu_{in}}{\omega},$$

$$\gamma_e = \frac{\nu_{ei} + \nu_{en}}{\omega}.$$

Setzt man bei Wahl von $\mathbf{k} \perp B_0$ die Koeffizientendeterminante von \mathbf{E} , die sich aus (4) ergibt, gleich Null, so erhält man die Dispersionsgleichung für zum statischen Magnetfeld senkrechte Wellen als

$$\left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} K_{33}\right) \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \frac{K_{11}^2 + K_{12}^2}{K_{11}}\right) = 0. \quad (7)$$

Diese Dispersionsgleichung hat zwei unabhängige (entkoppelte) Lösungen

$$k_e^2 = \frac{\omega^2}{c^2} K_{33} \quad (\text{Eccles-Mode}) \quad (8)$$

und

$$k_x^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{K_{11}^2 + K_{12}^2}{K_{11}} \quad (\text{außerordentliche Mode}). \quad (9)$$

Das elektrische Wechselfeld der Eccles-Mode liegt parallel zum statischen Magnetfeld, während das der außerordentlichen Mode in einer Ebene senkrecht zu B_0 schwingt. Zwischen beiden Moden tritt wegen $k_{||} = 0$ keine Kopplung auf. Die außerordentliche Mode hat eine ihrer Resonanzen bei:

$$\omega_{UH}^2 = \omega_i \omega_e \frac{\omega_i \omega_e + \omega_{pe}^2}{\omega_e^2 + \omega_{pe}^2} \quad (10)$$

(Untere Hybridresonanz).

Abbildung 1a zeigt den Verlauf des Brechungsindex $n_x = k_x(c/\omega)$ bei der hier betrachteten unteren Hybridresonanz in Abhängigkeit von der zum Magnetfeld proportionalen Größe ω_0/ω . Die Resonanz liegt in dieser Skala bei 1. Rechts von der Resonanz, auf der niederfrequenten Seite, ist der Brechungsindex im wesentlichen reell. Hier kann sich die Welle ausbreiten. Dagegen ist der Brechungsindex auf der hochfrequenten Seite links der Resonanz im wesentlichen imaginär, so daß die Welle gedämpft wird.

Im Zeitmittel wird an ein Volumenelement des Plasmas von der Welle die Leistung

$$-\nabla \cdot \text{Re}(\mathbf{S}) = \frac{\omega}{2 \mu_0 c^2} 2 \text{Re}(n_x) \text{Im}(n_x) |\mathbf{E}_\perp|^2 \quad (11)$$

abgeben. Hierbei ist $\mathbf{S} = \frac{1}{2} \mathbf{E} \times \mathbf{H}^*$ der Poynting-Vektor und \mathbf{E}_\perp das zu B_0 und \mathbf{k} senkrechte elektrische Feld am Ort des Volumenelements.

Es ist ersichtlich, daß starke Leistungseinkopplung erwartet werden kann, wenn gleichzeitig Real- und Imaginärteil des Brechungsindex n_x hohe Werte annehmen, wie es bei der unteren Hybridresonanz der Fall ist. Für detaillierte Untersuchungen der Leistungseinkopplung muß aber das Wech-

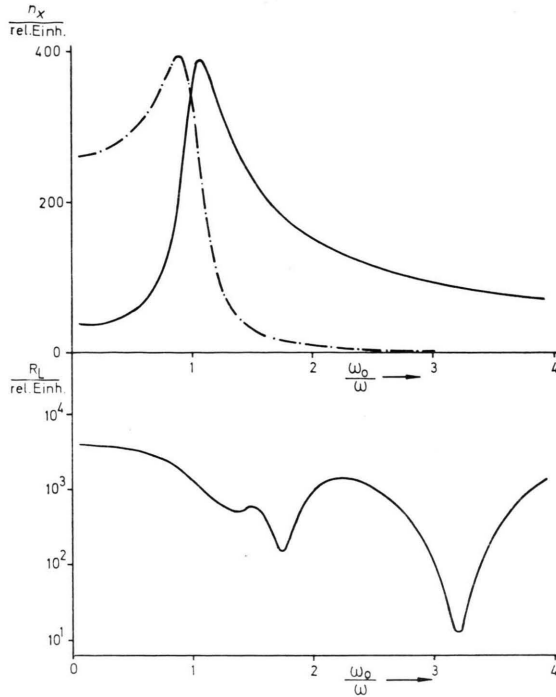


Abb. 1. Verlauf des Brechungsindex n_x der außerordentlichen Welle in der Umgebung der unteren Hybridresonanz bei einem kalten Plasma hoher Dichte ($\omega_{pe}^2 \gg \omega_e^2$ und Verlauf des zugehörigen Lastwiderstandes für eine axial unbegrenzte Plasmasäule ($k_{||}=0$).

selfeld der Welle unter Annahme geeigneter Randbedingungen berechnet werden. Die einfachste Rechnung geht von der Annahme eines Abschnitts eines axial unendlich ausgedehnten coaxialen Systems Koppelspule-Plasma⁹ aus. In der Koppelspule fließt ein hochfrequenter Wechselstrom, der die Welle anregt. Dem System Koppelspule-Plasma kann ein komplexer Widerstand Z zugeordnet werden, mit dessen Hilfe die in das Plasma eingekoppelte Wirkleistung als

$$\text{Re}(P) = \frac{1}{2} \frac{\text{Re}(Z)}{|Z|^2} |U_s|^2$$

geschrieben werden (U_s = Spannung an der Spule).

Hiernach kann dem Plasma ein Lastwiderstand $R_L = |Z|^2 / \text{Re}(Z)$ zugeordnet werden, in dem sich Geometrie- und Dispersionseigenschaften des Plasmas niederschlagen. Der typische Verlauf von R_L in der Umgebung der unteren Hybridresonanz für ein Plasma hoher Elektronendichte ist in Abb. 1b in Abhängigkeit von ω_0/ω wiedergegeben. Auf der hochfrequenten Seite der Resonanz ($\omega_0/\omega < 1$) werden hohe Werte von R_L (entsprechend einer geringen Leistungseinkopplung) angenommen, da hier die Ausbreitung der Welle wegen des hohen Imagi-

närteils des Brechungsindex behindert ist. Bei Annäherung an die Resonanz fällt der Lastwiderstand allmählich ab. Auf der niederfrequenten Seite ($\omega_0/\omega > 1$) wird der Verlauf der Kurve durch ausgeprägte Minima bestimmt. Hier wird durch den hohen Realteil des Brechungsindex die Wellenlänge soweit verkürzt, daß der Plasmadurchmesser gleich einem Vielfachen von (etwa) $\lambda/2$ wird. Es bilden sich radial stehende Wellen über den Plasmazylinder aus, die zu starker Feldüberhöhung und damit trotz des kleinen Imaginärteils des Brechungsindex zu starker Leistungseinkopplung führen.

b) Plasma endlicher Länge

Das oben dargestellte, stark vereinfachte Plasmamodell vernachlässigt Feldinhomogenitäten am Rande der endlich langen Koppelspule, die zu Wellenfeldern führen, die axiale (z -) Komponenten enthalten. Weiterhin wird nicht berücksichtigt, daß die endliche Länge eines Laborplasmas axiale Randbedingungen für die Wellenfelder erfordert. Ein verbessertes Modell, das diese Verhältnisse berücksichtigt, ist von Skipping, Oakes und Schlüter entwickelt worden⁸. Hier wird die in Abb. 2 darge-

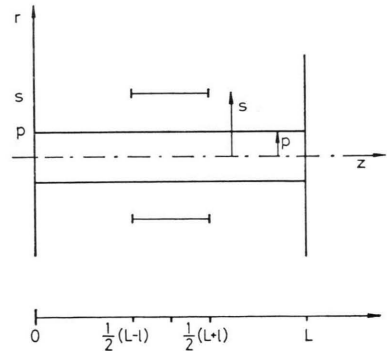


Abb. 2. Idealisierte Geometrie für die Behandlung eines axial und radial begrenzten Plasmas nach⁸ ($k_{||} \neq 0$).

stellte Geometrie angenommen. Zur exakten Definition der Randbedingungen ist das Plasma der Länge L axial durch radial unendlich ausgedehnte leitende Endplatten abgeschlossen. Die Koppelspule der Länge l wird als aus m Windungen pro Längeneinheit bestehend angenommen und vom Gesamtstrom J_θ durchflossen. Sie wird ersetzt durch eine Stromschicht mit der Stromdichte:

$$j_\theta(z) = \begin{cases} m J_\theta \\ 0 \end{cases}; \quad \frac{1}{2}(L-l) \leq z \leq \frac{1}{2}(L+l), \quad \text{sonst.} \quad (12)$$

Diese unstetige Stromverteilung (und damit das gesamte Wellenfeld) werden nach Fourier durch Superposition von ebenen Wellen der Form $\exp\{i k_{||} z\}$ dargestellt, wobei $k_{||}$ den Wellenvektor parallel zum statischen Magnetfeld B_0 bedeutet. Da die axialen Randbedingungen fordern, daß E_r und E_θ an den Plasmaenden verschwinden, reduziert sich das eigentlich kontinuierliche $k_{||}$ -Spektrum auf die diskreten Komponenten $k_{||} = n \pi/L$ (n ungerade).

Bei dieser Behandlung müssen gekoppelte azimutale, radiale u. axiale Felder berücksichtigt werden, so daß die Dispersionsgleichung kompliziert wird. Man erhält bei vorgegebenem $k_{||}$ für Wellenausbreitung senkrecht zum statischen Magnetfeld als Dispersionsgleichung:

$$\{k_0 K_{33} - k_{\perp}^2\} \{k_0^2 (K_{11}^2 + K_{12}^2) - k_{||}^2 K_{11} - K_{11} k_{\perp}^2\} - (k_{||}^2/k_0^2) K_{33} \cdot \{k_0^2 K_{11} - k_{||}^2 - k_{\perp}^2\} = 0. \quad (13)$$

Diese Dispersionsgleichung ist quadratisch in k_{\perp}^2 , so daß zwei Wellentypen, die sich senkrecht zum statischen Magnetfeld ausbreiten, zu diskutieren sind. Hierbei sind Ergebnisse numerischer Rechnungen zu verwenden, da die beiden Lösungen $k_{\perp 1,2}$ der Gl. (13) nicht in einfacher Weise analytisch dargestellt werden können. Abbildung 3 zeigt als Beispiel den Verlauf der Brechungsindizes $n_{\perp 1,2} = k_{\perp 1,2} c/\omega$ für ein Cäsiumplasma geringer Elektronendichte, in dem die untere Hybridresonanz zu $\omega_0/\omega \approx 1,6$ verschoben ist.

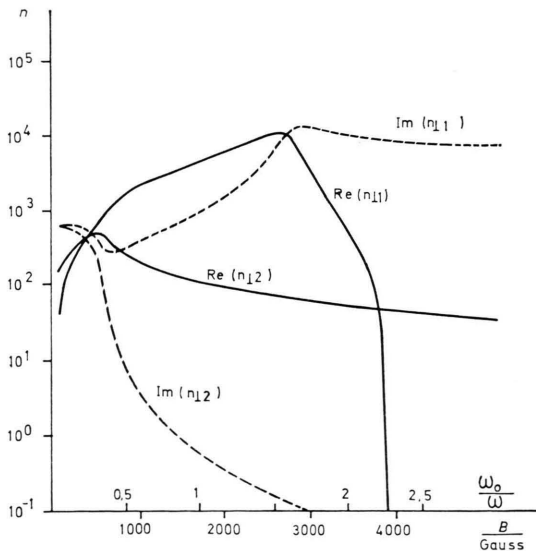


Abb. 3. Verlauf der Brechungsindizes n_1 und n_2 für ein Cäsiumplasma geringer Elektronendichte ($k_{||} \neq 0$, $n_{||} = 90$).

Bei der Resonanz durchlaufen $\text{Re}(n_{\perp 1})$ und $\text{Im}(n_{\perp 1})$ Maxima, die im Falle des verlustfreien Plasmas zu einer Polstelle werden. Dieses Verhalten ähnelt dem des Brechungsindex n_x bei Wellenausbreitung ohne $k_{||}$ -Einfluß, mit dem Unterschied, daß $\text{Re}(n_{\perp 1}) < \text{Im}(n_{\perp 1})$ auf dem niederfrequenten Flügel der Resonanz ($\omega_0/\omega > 1,6$) gilt. Dieser Brechungsindex kann hier mithin keine radialen Moden hervorrufen. Allenfalls in dem Bereich mit $\text{Re}(n_{\perp 1}) > \text{Im}(n_{\perp 1})$ auf dem hochfrequenten Flügel der Resonanz ($\omega_0/\omega < 1,6$) könnten prinzipiell radiale Moden erwartet werden. Das Verhalten dieses Brechungsindex in den Flügeln der Resonanz ist also verglichen mit dem nach der Theorie des Plasmas ohne $k_{||}$ vertauscht. $\text{Re}(n_{\perp 2})$ durchläuft im Bereich $\omega_0/\omega < 1,6$ ein Maximum, das auch im stoßfreien Fall endlich bleibt. Für Magnetfelder oberhalb dieses Maximums ist $\text{Re}(n_{\perp 2}) > \text{Im}(n_{\perp 2})$, so daß durch diese Lösung auf der hochfrequenten Seite der Resonanz radiale Moden möglich werden.

Entsprechend dem unterschiedlichen Verhalten der Brechungsindizes $n_{\perp 1}$ und $n_{\perp 2}$ hat man bei Berücksichtigung einer $k_{||}$ -Komponente mit zwei Absorptionsgebieten zu rechnen: einem bei der Resonanz selbst (wegen $n_{\perp 1}$) und einem auf der hochfrequenten Seite (wegen $n_{\perp 2}$). Bei Vergrößerung von $k_{||}$ ändert sich die Lage des ersten Absorptionsgebietes nicht, während das zweite zu niedrigeren Magnetfeldern verschoben wird. Bei Vergrößerungen der Plasmalänge wird das zweite Absorptionsgebiet zum ersten hin verschoben, bis bei der „kritischen Länge“ L_c das Maximum von $\text{Re}(n_{\perp 2})$ mit der unteren Hybridresonanz zusammenfällt. Diese kritische Länge ist gegeben durch ¹⁰

$$L_c = \frac{\pi c \omega_0}{\omega_{pi} \omega} \left| \text{Singulartät der Wurzel } n_{\perp 2} \right| \sim \sqrt{\frac{M}{n_e}}, \quad (14)$$

wobei dieser Ausdruck für die eigentliche Hybridresonanz anzuwenden ist.

Für einen Nachweis der beiden Absorptionsgebiete nebeneinander muß die Plasmalänge deutlich unter der kritischen Länge liegen. Wegen der Abhängigkeit der kritischen Länge von der Ionenmasse sind für derartige Untersuchung Plasmen hoher Ionenmasse, wie z. B. Cäsiumplasma, besonders geeignet. Zur Untersuchung des genauen Verlaufs des Lastwiderstandes R_L ist wiederum das Integral über die Divergenz des Poynting-Vektors zu berechnen, in den das gekoppelte Verhalten der Lösungen der Dispersionsgleichung eingeht. Es reicht dabei nicht,

nur eine $k_{||}$ -Komponente zu betrachten, vielmehr sind die Beiträge der etwa ersten 20 Komponenten zu überlagern. Nach ⁸ erhält man:

$$R_L = 1920 k_0 L^2 m^2 s^2 \quad (15)$$

$$\frac{|\sum'_n (H_n/F_n)|^2 [K_1^2(\alpha k_0 s)/n^2] \sin^2(n\pi l/2L)}{\sum'_n \text{Im}(H_n/F_n) [K_1^2(\alpha k_0 s)/n^2] \sin^2(n\pi l/2L)}$$

mit $\alpha^2 = k_{||}^2/k_0^2 - 1$. Hierin ist $K_1(x)$ die modifizierte Bessel-Funktion 2. Art. H_n und F_n sind (komplexe) Integrationskonstanten, die die Dispersions-eigenschaften des Plasmas enthalten. Die Auswertung des Ausdrucks für R_L erfolgt mit numerischen Verfahren. Für die Spulenlänge gilt für die betrachteten Untersuchungen $l \ll L$; unter diesen Umständen beeinflusst sie den Verlauf des Lastwiderstandes nicht wesentlich.

Ein Beispiel für den Verlauf des Lastwiderstandes in einem Cäsiumplasma mit zusätzlicher Elektronenheizung ($T_e = 25\,000\text{ K}$, $T_i = 2500\text{ K}$) nach dieser Theorie (—) im Vergleich zum Lastwiderstand ohne Berücksichtigung von $k_{||}$ (---) zeigt Abbildung 4. Angenommen ist ein Plasma der Länge

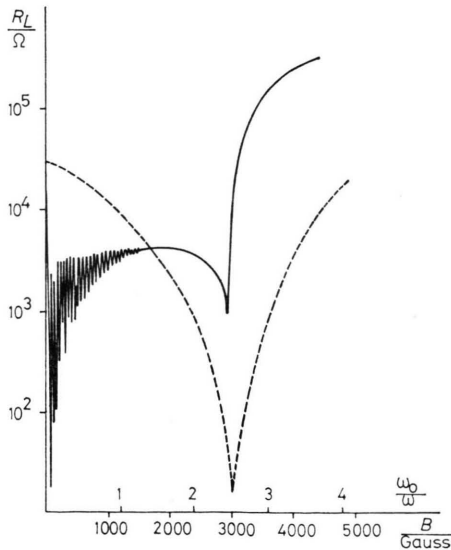


Abb. 4. Verlauf des Lastwiderstandes für ein Cäsiumplasma mit zusätzlicher Elektronenheizung für $k_{||} \neq 0$ (—) und $k_{||} = 0$ (---).

$L = 50\text{ cm}$, das von einer Spule mit der Breite $l = 4\text{ cm}$ und dem Radius $s = 5\text{ cm}$ umschlossen wird. Die Frequenz der Welle beträgt $f = 6,8\text{ MHz}$. Die Elektronendichte steigt im betrachteten Magnetfeldbereich von $5 \cdot 10^{10}$ bis auf $2 \cdot 10^{11}\text{ cm}^{-3}$ an, wie es

den Verhältnissen in einer Q-Maschine entspricht. Die untere Hybridresonanz ist zu $\omega_0/\omega \approx 2,5$ verschoben, wie nach (10) zu erwarten. Der niederfrequente Flügel der Resonanz liegt ohne Berücksichtigung von $k_{||}$ tiefer als der bei Mitnahme von $k_{||}$. Im letzten Fall ist die untere Hybridresonanz selbst weniger stark ausgeprägt. Dagegen findet man in diesem Fall ein durch den Brechungsindex $n_{\perp 2}$ bestimmtes zweites Absorptionsgebiet bei niedrigem Magnetfeld auf dem hochfrequenten Flügel. Hier liegt der Lastwiderstand deutlich unter dem aus der Theorie ohne Berücksichtigung von $k_{||}$.

Bei deutlich erhöhten Stoßfrequenzen, wie sie bei Cäsium-Plasmen ohne zusätzliche Heizung für die Elektronen erwartet werden müssen, werden die Strukturierungen in der durchgezogenen Kurve von Abb. 4 geglättet, insbesondere wird dabei die Resonanz bei $\omega_0/\omega \approx 2,5$ völlig ausgeschmiert; im Absorptionsbereich $\omega_0/\omega < 1$ bleiben die Werte des Lastwiderstandes deutlich unter denen der Rechnung für $k_{||} = 0$. In Abb. 5 ist dieses Gebiet im Hinblick

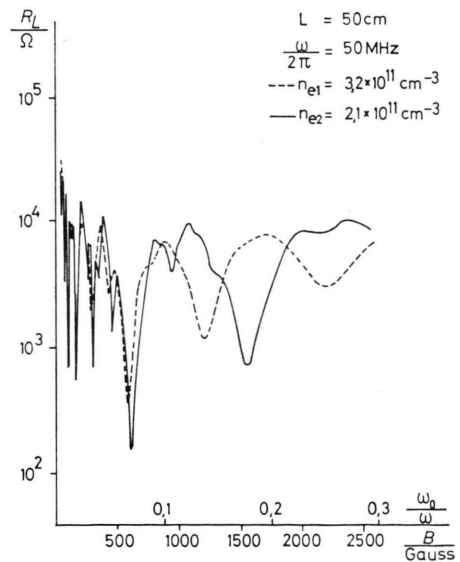


Abb. 5. Verlauf des Lastwiderstandes für ein Cäsiumplasma bei verschiedenen Elektronendichten ($k_{||} \neq 0$).

auf folgende Experimente für $T_e = T_i = 2500\text{ K}$ und $\omega/2\pi = 50\text{ MHz}$, also im Vergleich zu vorher bei erhöhter Frequenz, herausgestellt; die Rechnungen sind für zwei verschiedene Dichtewerte gezeigt (angegeben sind die Maximalwerte der Dichte, die bei hoher Magnetfeldstärke erreicht werden). Die sich abzeichnende Verschiebung in den Strukturierungen

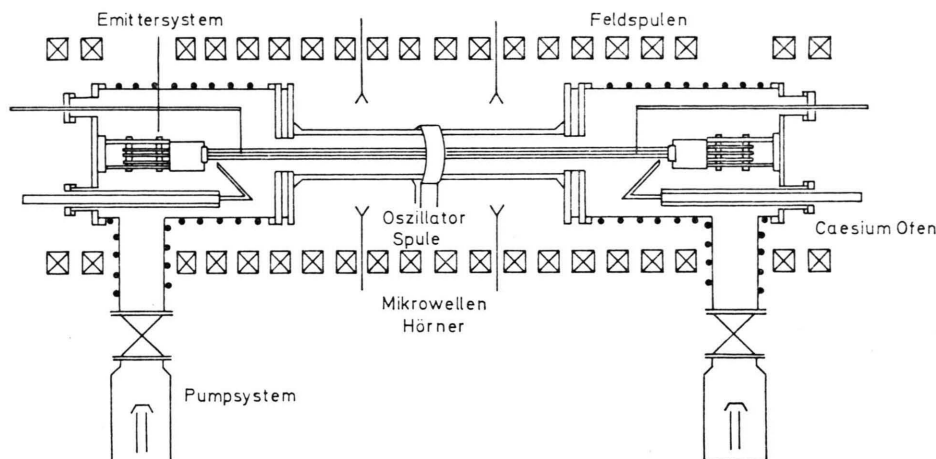


Abb. 6. Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus.

der Kurven entspricht der in (14) enthaltenen Abhängigkeit der kritischen Länge L_c von der Elektronendichte. Ganz analog lassen sich die aus der Abhängigkeit von ω und aus dem Verhältnis von L_c zur endlichen Plasmalänge L ergebenden Tendenzen durch Rechnungen für verschiedene ω und Plasmalängen L demonstrieren. Natürlich halten sich die Änderungen bei geringen Unterschieden in den Parametern in Grenzen und berühren nicht die Existenz eines Gebietes erhöhter Absorption weit unterhalb $\omega_0/\omega = 1$; dessen Existenz wird erst berührt durch drastische Änderungen in (14) wie durch den Übergang von Cäsium auf Wasserstoff; für Wasserstoff haben sich konsistenterweise im Experiment keine Hinweise für das hier betrachtete Gebiet erhöhter Absorption weit unterhalb $\omega_0/\omega = 1$ ergeben^{11, 12}.

III. Experimenteller Aufbau und diagnostische Verfahren*

Das für die Messungen verwendete Cäsiumplasma wird durch Kontaktionisation in einer Q-Maschine erzeugt. Den schematischen Aufbau der Apparatur zeigt Abbildung 6.

An beiden Enden der linearen Anordnung befinden sich die Plasmaerzeugungssysteme. In einem Rohr wird durch eine äußere Heizpatrone metallisches Cäsium verdampft. Eine Düse erzeugt einen Atomstrahl, der unter einem Winkel von 45° auf

eine durch Elektronenstrahlbeschuss bis zu 2600 K erhitzte Tantalplatte (Emitterplatte) trifft. Durch Kontaktionisation¹³ werden hier (nach der Saha-Gleichung) etwa 90% der Cäsiumatome ionisiert. Die entstehende positive Raumladung wird von durch Glühemission aus der Tantalplatte austretenden Elektronen kompensiert, so daß ein quasineutrales Plasma entsteht. Dieses Plasma diffundiert in einen zwischen den beiden Erzeugungssystemen befindlichen Glaszylinder von 80 mm Durchmesser. Zur Untersuchung des Einflusses der Plasmalänge können Glaszylinder von 50 bis 90 cm Länge verwendet werden. Durch zwei Öldiffusionspumpen von 400 l/sec Saugvermögen wird in der Apparatur bei kalten Tantalplatten ein Grundvakuum von einigen 10^{-7} Torr aufrechterhalten. Während der Messungen, bei heißen Platten, steigt der Druck auf $1 \cdot 10^{-6}$ Torr an. Um die untere Hybridresonanz anregen zu können und um Teilchenverluste zu den Wänden zu verringern, befindet sich das Plasma in einem statischen axialen Magnetfeld. Das Magnetfeld ist auf der Achse bis auf etwa 10% homogen; die Magnetfeldstärke kann beim Durchlaufen des Resonanzbereichs bis zu maximal 3,5 kG variiert werden.

Das Resonanzverhalten des Plasmas wird mit elektromagnetischen Wellen kleiner Amplitude untersucht, die über eine einwindige Spule der Länge $l = 4$ cm in der Mitte des Glaszylinders in das Plasma eingekoppelt werden. Die Energiedichte im Wechselfeld dieser Wellen liegt mindestens um einen Faktor 100 unter der thermischen Energiedichte des Plasmas.

Gemessen wird der komplexe Lastwiderstand nach Betrag und Phase mit einem Vektorimpedanzmeter, das gleichzeitig als Generator für die in das Plasma eingekoppelten Wellen dient. Der einwindigen Einkopplungsspule wird ein Kondensator parallel ge-

* Eine detaillierte Beschreibung des Versuchsaufbaus und der diagnostischen Verfahren findet sich in O. Vogel, Untersuchungen im Bereich der unteren Hybridresonanz an einem Plasma hoher Ionenmasse, Dissertation, Bochum 1975.

schaltet, so daß ein Parallelschwingkreis entsteht, der ohne Plasma auf Resonanz abgestimmt wird. Die Impedanz des Plasmas bewirkt eine Verstimmung dieses Kreises. Hieraus kann die Plasmaimpedanz um so empfindlicher bestimmt werden, je höher der Sperrwiderstand des Schwingkreises ist.

Zum Vergleich der Meßergebnisse mit den Vorhersagen der Theorie ist die Kenntnis folgender Plasmatemperatur notwendig: Elektronen- und Ionendichte (n_e und n_i), Elektronen- und Ionentemperatur (T_e und T_i) sowie Neutralteilchendichte (n_g). Diese Größen können gemessen werden. Die weiterhin erforderlichen Stoßfrequenzen können aus diesen Meßgrößen ermittelt werden.

Die Elektronendichte wird mit Mikrowelleninterferometern ermittelt. Das Plasma wird rechts und links der Einkoppelspule von 8 mm- bzw. 3 cm-Mikrowellen durchstrahlt. Das 3 cm-Interferometer ist zur Messung von Elektronendichten im Bereich von $1 \cdot 10^{10}$ bis $1 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ geeignet; in diesem Bereich liegen die in den Messungen auftretenden Elektronendichten. Da die Interferometeranzeige bei Phasenverschiebungen mehrdeutig wird, wird zusätzlich das 8 mm-Interferometer zur Ausschaltung der Mehrdeutigkeit verwendet. In einem durch Kontaktionisation erzeugten Plasma sind die Temperaturen von Elektronen und Ionen annähernd gleich der der Emitterplatten^{14, 15}. Die Plattentemperatur wird mit einem Pyrometer bestimmt, wobei die Meßwerte hinsichtlich der Graukörperstrahlung und der Verluste an Glasfenstern und Linsen korrigiert werden. Bei den Messungen wird eine Temperatur von 2600 K eingestellt. Die Temperaturunterschiede auf der Platte sind kleiner als 10%.

Die Stoßfrequenzen ν_{en} und ν_{in} können aus Tabellen¹⁶ entnommen werden. Man erhält ν_{en} zu etwa $4 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$, ν_{in} beträgt größenordnungsmäßig einige 100 s^{-1} . Die dominierende Stoßfrequenz ist die nach Spitzer¹⁷ berechnete Elektronen-Ionen-Stoßfrequenz. Sie liegt (bestimmt durch T_e und n_e) im Bereich der Messungen zwischen $10 \cdot 10^6$ und $300 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$. Bei derartig hohen Stoßfrequenzen kann zwar das hochfrequente Absorptionsgebiet nachgewiesen werden, die untere Hybridresonanz ist dagegen überdämpft.

Für Messungen der unteren Hybridresonanz kann die Meßfrequenz nicht hinreichend erhöht werden, da dabei der verfügbare Magnetfeldbereich überschritten wird. Ebenfalls kann die Dichte nicht hinreichend erniedrigt werden, da auch dann nach (10) der Magnetfeldbereich überschritten wird. Dagegen gelingt es, durch zusätzliche Heizung der Elektronen wegen der Temperaturabhängigkeit der Stoßfrequenz $\sim T_e^{-3/2}$ zu geeigneten Werten zu kommen. Hierzu wird nach Demirkhanoov et al.¹⁸ zwischen

den beiden Emitterplatten eine hochfrequente Wechselspannung angelegt. Bei einer HF-Amplitude von 15 V sind Elektronentemperaturen von einigen eV erreichbar, so daß der Nachweis der unteren Hybridresonanz in diesem Experiment möglich wird.

IV. Experimentelle Ergebnisse und Diskussion

a) Nachweis des hochfrequenten Absorptionsbereichs

Bei der Erläuterung verfügbarer theoretischer Modelle wurde zuvor auf die drastischen Unterschiede zwischen den Berechnungen mit verschwindenden und endlichen $k_{||}$ im hochfrequenten Bereich $\omega_0/\omega < 1$ hingewiesen. Dieser Bereich sei zuerst experimentell untersucht unabhängig von der Frage resonanzartiger Absorption im Bereich der eigentlichen unteren Hybridresonanz. Dazu eignen sich Cäsium-Kontaktplasmen ohne zusätzliche Elektronenheizung; der starken Ausdämpfung durch die relativ hohe Ionen-Elektronen-Stoßfrequenz ist durch Wahl einer Frequenz $\omega/2\pi = 50 \text{ MHz}$ entgegengewirkt; diese Wahl verschiebt nach (10) freilich die zunächst nicht direkt interessante eigentliche untere Hybridresonanz aus dem Bereich $\omega_0/\omega = 1 - 3$ in den Bereich der Ionen-Zyklotron-Frequenz (nicht zugänglich bei dem verfügbaren Magnetfeldbereich).

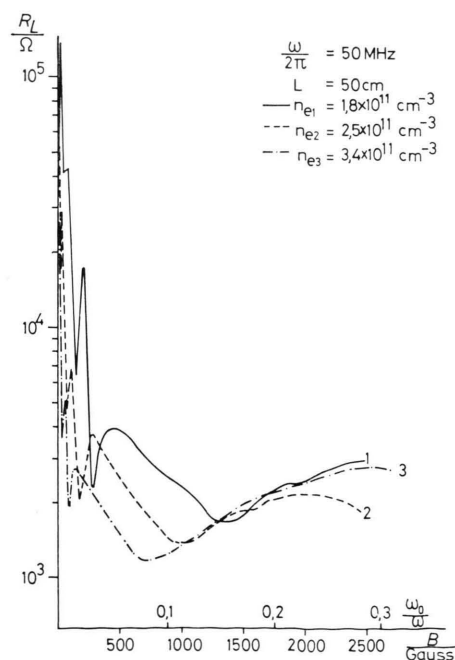


Abb. 7. Gemessener Verlauf des Lastwiderstandes für ein Cäsiumplasma bei verschiedenen Elektronendichten.

Abbildung 7 zeigt den Verlauf des gemessenen Lastwiderstandes für verschiedene Werte der Elektronendichte (Maximalwerte bei hohem ω_0/ω). Die sich durch Variation der Dichte abzeichnenden Tendenzen entsprechen — wie unter II b diskutiert — den theoretischen Erwartungen; sie bestätigen sich auch bei anderen Serien von Dichtewerten (z.B. von $7 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $9,8 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $1,7 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$). Auch die Variationen bei Änderung der Frequenz (40 MHz, 50 MHz, 60 MHz) und der Plasmalänge (50 cm, 70 cm, 90 cm) mit bei gleichzeitiger Änderung verschiedener Parameter entsprechen den Erwartungen.

Wichtiger als das Auftreten der zu erwartenden Parametereinflüsse ist jedoch der Befund in der Tat erhöhter Absorption (erniedrigten Lastwiderstandes) im Bereich weit unterhalb $\omega_0/\omega = 1$ in der Größenordnung der theoretischen Erwartungen nach dem Modell des Plasmas endlicher Länge ($k_{||} \neq 0$). Zwar verbleiben quantitative Abweichungen zwischen Experiment und theoretischem Modell, wie in Abb. 8 demonstriert; sie sind jedoch in gewissem

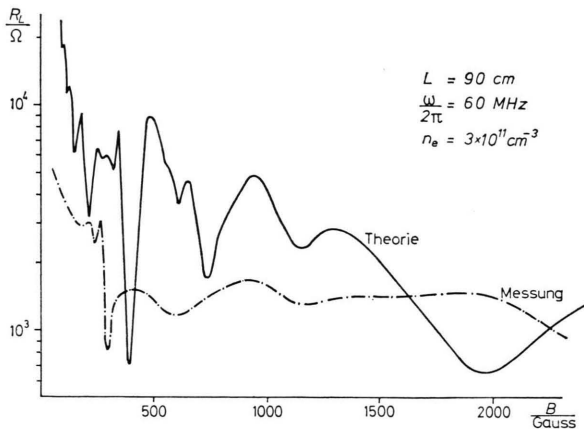


Abb. 8. Vergleich des theoretischen Verlaufs des Lastwiderstandes eines Cäsiumplasmas bei Berücksichtigung von $k_{||}$ (—) mit dem gemessenen Verlauf (---).

Maße zu erwarten (u. a. wegen idealisierter Randbedingungen des Modells und im Experiment auftretender Inhomogenität des Plasmas) und bleiben weit zurück gegenüber den Abweichungen im Falle des Modells des unendlichen Plasmas ($k_{||} = 0$); für den letzteren Fall würde die Lastwiderstandskurve um zwei Größenordnungen höher als die Meßkurve in Abb. 7 liegen und als unstrukturierte Linie weit außerhalb des Diagramms verlaufen.

b) Nachweis der unteren Hybridresonanz

Die Untersuchung des Absorptionsbereiches in der Umgebung der eigentlichen unteren Hybridresonanz war bei den im vorigen diskutierten Messungen nicht möglich, da die hohe Elektronen-Ionen-Stoßfrequenz dort die Resonanz ausdämpft. Wie bereits in III angeführt, muß daher durch axiale Wechselfeldheizung diese Stoßfrequenz durch Erhöhung der Elektronentemperatur erheblich erniedrigt werden. Dies ist um so mehr notwendig, als die Meßfrequenz bis auf 3 bis 7 MHz erniedrigt werden muß, um die Resonanz nach (10) in den verfügbaren Magnetfeldbereich zu verlagern.

Einige experimentelle Ergebnisse zeigt Abb. 9, in der der Lastwiderstand als Funktion des Magnet-

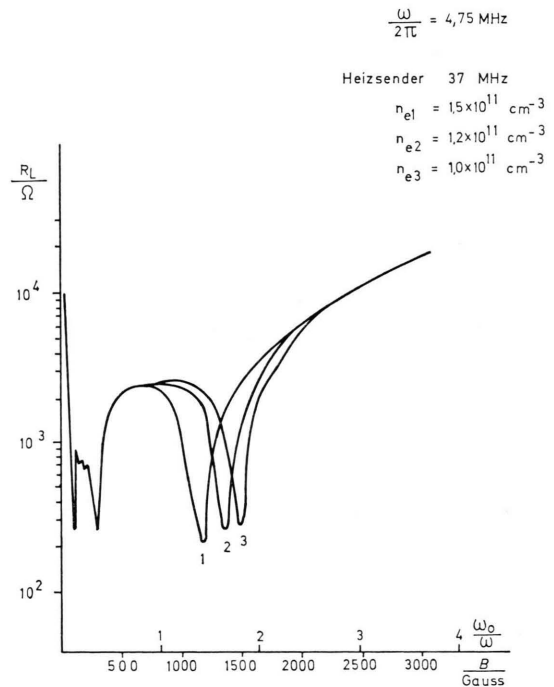


Abb. 9. Gemessener Verlauf des Lastwiderstandes für ein Cäsiumplasma mit zusätzlicher Elektronenheizung bei verschiedenen Elektronendichten.

feldes für drei verschiedene Elektronendichten dargestellt ist. Zusätzlich zu dem bereits im vorigen diskutierten hochfrequenten Absorptionsbereich tritt jetzt Absorption im Bereich $1 \leq \omega_0/\omega \leq 2,5$ auf. Zur Bestätigung dessen, daß es sich bei diesen neuen Absorptionsgebieten tatsächlich um die untere Hybridresonanz handelt, kann die starke Verschiebung dieser Resonanz mit der Elektronendichte nach Gl.

(10) herangezogen werden. In guter Übereinstimmung mit den Meßergebnissen liegen die theoretischen Werte der Resonanz bei 1150 Gauß ($n_e = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$; Kurve 1), 1250 Gauß ($n_e = 1,2 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$; Kurve 2) und 1430 Gauß ($n_e = 1,0 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$; Kurve 3).

Zwei Beispiele für den Vergleich zwischen Meßergebnissen und den Theorien mit und ohne Berücksichtigung von $k_{||}$ zeigen Abb. 10 und 11. In Abb. 10 ist die Elektronendichte niedrig ($n_e < 10^{11} \text{ cm}^{-3}$). Deutlich ist hier zu erkennen, daß die Theorie ohne $k_{||}$ die Messungen nur sehr unvollkommen wiedergibt; im hochfrequenten Absorptionsbereich $\omega_0/\omega < 1$ liegt auch jetzt der Lastwiderstand um zwei Größenordnungen über dem gemessenen; die Theorie mit $k_{||}$ sagt hier starke radiale Moden voraus, die mit starker Absorption verbunden sind. Im Bereich der unteren Hybridresonanz zeigen beide Theorien ein Minimum im Lastwiderstand, wobei sich jedoch die Absolutwerte um einen Faktor 10 unterscheiden. Die Messung liegt hier zwischen den Theorien. Der steile Anstieg bei hohen Magnetfeldern in den theoretischen Kurven wird von den Messungen nicht nachvollzogen. Dieses Verhalten ist teilweise erklärlich, da bei den hier zu verwendenden niedrigen Meßfrequenzen von einigen MHz durch die geringe Güte des Schwingkreises eine Abnahme der Empfindlichkeit eintritt.

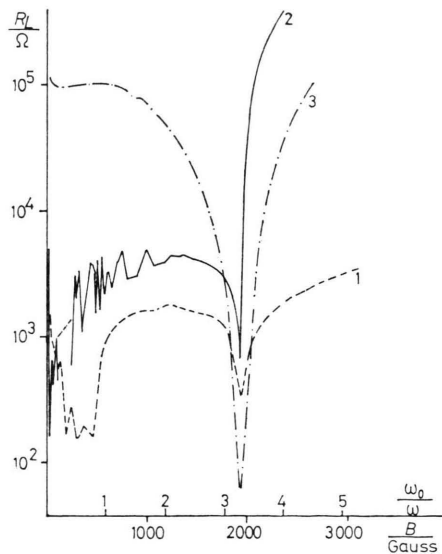


Abb. 10. Verlauf des gemessenen Lastwiderstandes bei einer Meßfrequenz von 3,3 MHz und niedriger Elektronendichte (---) im Vergleich zu den theoretischen Verläufen für $k_{||} \neq 0$ (—) und $k_{||} = 0$ (- · - ·).

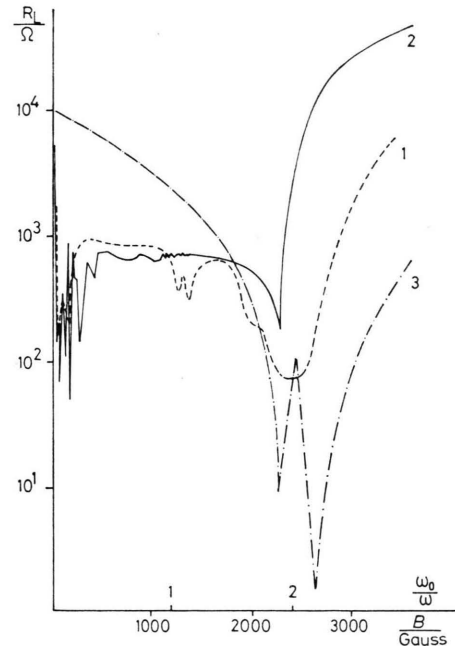


Abb. 11. Verlauf des gemessenen Lastwiderstandes bei einer Meßfrequenz von 6,8 MHz und hoher Elektronendichte (---) im Vergleich zu den theoretischen Verläufen für $k_{||} \neq 0$ (—) und $k_{||} = 0$ (- · - ·).

Für höhere Elektronendichten ($n_e > 10^{11} \text{ cm}^{-3}$) zeigt Abb. 11 den entsprechenden Vergleich. Hier treten nicht nur im hochfrequenten Absorptionsbereich Unterschiede in der Struktur der theoretischen Kurven auf. Die Rechnung ohne Berücksichtigung von $k_{||}$ fordert auf der niederfrequenten Seite der Resonanz eine radiale Mode, die durch die andere Theorie nicht vorhergesagt wird. Statt dessen soll der Widerstand stark ansteigen. Die Messung bestätigt diese Forderung: radiale Moden auf der Seite höheren Magnetfeldes werden nicht nachgewiesen, der Widerstand steigt monoton an. In den durchgeführten Messungen lag die Frequenz der axialen Wechselfeldheizung zwischen 20 und 40 MHz, also weit außerhalb der eigentlichen Meßfrequenz. Ein Einfluß der Heizfrequenz auf die Meßergebnisse konnte nicht festgestellt werden.

V. Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde unter linearen Bedingungen die Absorption von elektromagnetischen Wellen in einem Cäsiumplasma untersucht. Die Messungen erstreckten sich auf die Umgebung und die hochfrequente Seite der unteren Hybridresonanz und

wurden dort mit zwei zur Verfügung stehenden theoretischen linearen Modellen verglichen: mit der Theorie für einen unendlich langen Plasmazylinder und mit einer Theorie, die die endliche axiale Ausdehnung des Plasmas berücksichtigt.

In dem untersuchten Bereich wurden zwei Absorptionsgebiete gefunden. Neben dem Absorptionsbereich bei der unteren Hybridresonanz, der von den beiden Theorien vorhergesagt wird, werden auch auf der hochfrequenten Seite der Resonanz Absorptionsstrukturen gefunden, die jedoch nur von der Theorie einer endlichen Plasmasäule nach Skipping, Oakes und Schlüter⁸ vorhergesagt werden. Detaillierte Untersuchungen dieses Gebietes zeigen Konsistenz zwischen den Messungen und dieser Theorie. Tendenzmäßig lassen sich die von dieser Theorie vorhergesagten Verschiebungen der Absorptionsstrukturen bei Variation von Plasma- und Meßparametern, wie Elektronendichte, Meßfrequenz und Plasmalänge nachvollziehen. Die Stärke der Absorption, gemessen durch den Betrag des Lastwiderstandes, wird im Experiment in befriedigender Übereinstimmung mit der Theorie⁸ gefunden.

Erstmalig konnte die untere Hybridresonanz in einem Cäsiumplasma nachgewiesen werden, da es gelang, durch axiale Wechselfeldheizung die Elektronen-Ionen-Stoßfrequenz so weit zu erniedrigen, daß die Resonanz nicht mehr überdämpft war und sich ausbilden konnte. Aus der Verschiebung der Resonanzstelle bei Erniedrigung der Elektronendichte, die in guter Übereinstimmung mit den theoretisch erwarteten Verschiebungen lag, konnte sicher-

gestellt werden, daß die gefundene Absorptionsstelle mit der unteren Hybridresonanz identisch ist. Auch in diesem Absorptionsbereich zeigte sich, daß die Theorie für einen endlich langen Plasmazylinder⁸ den Meßergebnissen besser gerecht wird. Die Diskrepanz zur Theorie für eine unendliche Plasmasäule ist hier zwar nicht so drastisch wie im hochfrequenten Absorptionsbereich, jedoch beschreibt sie den strukturellen Verlauf nicht so gut.

Insgesamt ist demonstriert worden, daß gerade in einem Plasma großer Ionenmasse zur theoretischen Beschreibung der Absorption von elektromagnetischen Wellen die endliche Länge des Plasmas entscheidend berücksichtigt werden muß. Die Diskussion des Begriffs „kritische Länge“ hat gezeigt, wie weit hier beobachtete Effekte auf andere Plasmen übertragbar sind. Der Vergleich mit den Experimenten bestätigt, daß — wie erwartet — im betrachteten Parameterbereich thermische Effekte^{19, 20}, deren Berücksichtigung hauptsächlich im hochfrequenten Absorptionsbereich meßbar werden sollte, eine untergeordnete Rolle spielen. Schließlich zeigt sich, daß der Einfluß radialer und axialer Gradienten, zumindest bei dem in Cäsium-Kontakt-Plasmen ohne besonderen Aufwand erreichbaren Grad von Homogenität, die Resonanzstrukturen nicht grundsätzlich ändert, wenn auch im Falle inhomogener Plasmen drastische Einflüsse nicht ausgeschlossen werden können.

Diese Untersuchungen wurden im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 162 „Plasmaphysik Bochum/Jülich“ durchgeführt.

- ¹ C. O. Hines, *J. Atmospheric and Terrestrial Phys.* **11**, 36 [1957].
- ² K. Körper, *Z. Naturforsch.* **15 a**, 226 [1960].
- ³ P. L. Auer, H. Hurwitz u. R. D. Miller, *Phys. Fluids* **1**, 501 [1958].
- ⁴ H. Schlüter, *Z. Naturforsch.* **15 a**, 281 [1960].
- ⁵ S. J. Buchsbaum, *Phys. Fluids* **3**, 481 [1960].
- ⁶ H. Schlüter u. G. Schürger, *Z. Phys.* **268**, 251 [1974].
- ⁷ N. M. Brice u. R. L. Smith, *J. Geophys. Res.* **70**, 71 [1965].
- ⁸ C. R. Skipping, M. E. Oakes u. H. Schlüter, *Phys. Fluids* **12**, 1886 [1969].
- ⁹ M. E. Oakes u. H. Schlüter, *Ann. Phys. (N.Y.)* **35**, 396 [1965].
- ¹⁰ B. E. Breihan, Dissertation, Austin (1968).
- ¹¹ B. Lammers, U. Oberlack u. H. Schlüter, *Z. Naturforsch.* **30 a**, 204 [1975].

- ¹² M. Krämer, *Plasma Physics* **17**, 373 [1975].
- ¹³ L. Langmuir u. K. H. Kingdon, *Phys. Rev.* **21**, 380 [1923].
- ¹⁴ N. Rynn u. N. D'Angelo, *Rev. Sci. Instrum.* **31**, 1326 [1960].
- ¹⁵ N. D'Angelo u. N. Rynn, *Phys. Fluids* **4**, 1303 [1961].
- ¹⁶ S. C. Brown, *Basic Data of Plasma Physics*, John Wiley and Sons, New York 1962.
- ¹⁷ L. Spitzer, *Physics of Fully Ionized Gases*, Interscience Publishers, New York 1962.
- ¹⁸ R. A. Demirkhanoov, G. L. Khorasanov u. I. K. Siderova, *J. Exp. Theor. Phys. Lett.* **6**, 861 [1967].
- ¹⁹ R. Babu u. H. Schlüter, *Z. Naturforsch.* **26 a**, 856 [1971].
- ²⁰ R. Babu, B. Lammers u. H. Schlüter, *Z. Naturforsch.* **27 a**, 930 [1972].